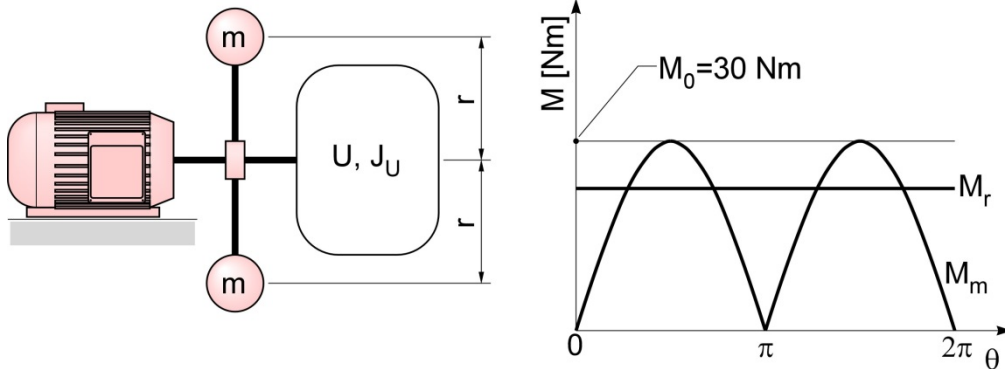


# Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano  
Ed.: De Agostini

## Esercizio 6.42

Nel sistema meccanico raffigurato il motore eroga una coppia di legge  $M_m = M_0 |\sin \theta|$  mentre l'utilizzatore oppone una coppia costante  $M_r$ . Tra motore e utilizzatore è interposto un volano realizzato con due sfere di massa  $m=10 \text{ kg}$  alla distanza  $r=0,25 \text{ m}$  dall'albero. Le inerzie di tutti i componenti del sistema sono trascurabili rispetto a quella del volano. Assegnata la velocità angolare media del sistema  $\bar{\omega} = 200 \text{ rpm}$ , calcolare il valore della coppia resistente ed il grado di irregolarità del moto.



## Svolgimento

Dall'esame delle coppie motrice e resistente, si nota che il moto a regime è periodico, di periodo pari ad 1/2 giro dell'albero motore; pertanto per il teorema dell'energia cinetica deve essere:

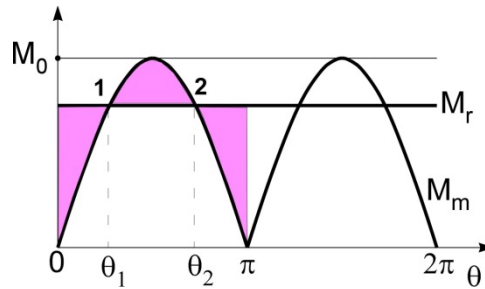
$$L_m - L_r = 0 \rightarrow \int_0^\pi M_m(\theta) d\theta = \int_0^\pi M_r d\theta \quad (1)$$

$$\int_0^\pi M_0 \sin(\theta) d\theta = \pi M_r \quad (2)$$

$$2M_0 = \pi M_r \quad (3)$$

per cui la coppia resistente deve valere:

$$M_r = \frac{2}{\pi} M_0 = 19,1 \text{ Nm} \quad (4)$$



Per determinare il grado di irregolarità del moto, occorre determinare i punti 1 e 2 in cui l'energia cinetica assume il valore minimo e quello massimo. Tali punti si trovano intersecando la coppia motrice e quella resistente:

$$M_0 \sin(\theta) = M_r = \frac{2}{\pi} M_0 \quad (5)$$

da cui si ricava:

$$\begin{cases} \theta_1 = \arcsin\left(\frac{2}{\pi}\right) = 39,5^\circ \\ \theta_2 = \pi - \theta_1 = 140,5^\circ \end{cases} \quad (6)$$

Applicando il teorema dell'energia cinetica tra gli estremi 1 e 2 si ricava:

$$\Delta T = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (M_m - M_r) d\theta = \frac{1}{2} J_r (\omega_2^2 - \omega_1^2) \quad (7)$$

La massima variazione di energia cinetica vale pertanto:

$$\Delta T = M_0 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left( \sin\theta - \frac{2}{\pi} \right) d\theta = 12,6 \text{ J} \quad (8)$$

Utilizzando la formula (6.124) del testo, si può valutare il grado di irregolarità del moto come:

$$i = \frac{\Delta T}{\bar{\omega}^2 J_r} \quad (9)$$

Il momento d'inerzia delle masse rotanti vale  $J_r = 2mr^2 = 1,25 \text{ kg m}^2$ , la velocità angolare media è  $\bar{\omega} = 21 \text{ rad/s}$ , per cui si trova  $i = 0,023$ .