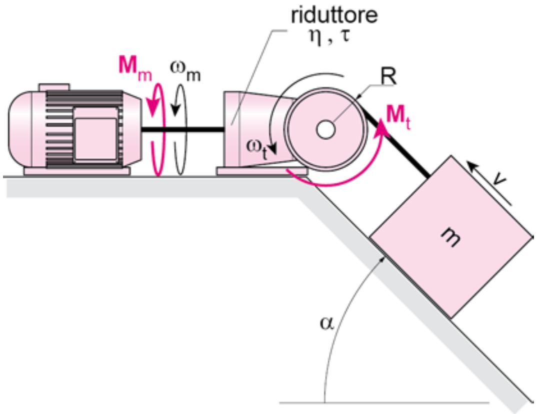
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

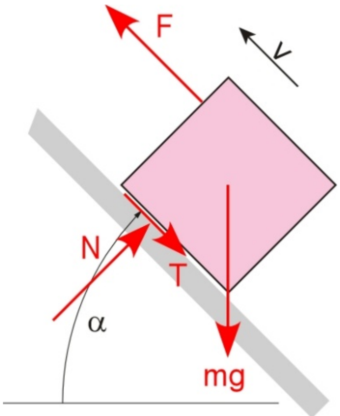
Ed.: De Agostini

Esercizio 6.32

Il sistema di sollevamento in figura trascina un carico di massa *m* lungo una salita con pendenza 20°, con coefficiente di attrito fra carico e terreno *f*=0,15; il tamburo ha raggio *R*=0,3 *m,* il motore in condizioni nominali eroga una potenza di 5 *kW* a *1400 giri/min* ed il riduttore ha rendimento η=0,8 e rapporto di trasmissione τ=1:15. Determinare il massimo valore della massa sollevabile con il motore funzionante in condizioni nominali e la sua velocità di salita *v*. Inoltre, supponendo che sia *m*=200 *kg*, che motoriduttore e tamburo abbiano un'inerzia ridotta all'albero motore pari a J_m=0,4 $kg\ m^2$ e che il motore eroghi una coppia allo spunto pari a 3 volte la coppia nominale, determinare l'accelerazione allo spunto del sistema e la tensione della fune in tali condizioni.



Svolgimento



a) Moto a regime

Il bilancio di potenze del sistema a regime si scrive:

$P_m - P_r - P_p = 0 \rightarrow \eta M_m \omega_m = Fv$ (1)

La velocità di trascinamento del carico è legata cinematicamente a quella di rotazione del motore da:

$\boxed{v = \tau\omega_m R = 2{,}9\ m/s}$ (2)

mentre la tensione della fune si ricava dall'equilibrio alle traslazioni del carico e dalla legge di Coulomb dell'attrito dinamico *T=f N*:

$\begin{cases} F = T + mg\ sen\alpha \\ N = mg\ cos\alpha \end{cases} \rightarrow F = (fcos\alpha + \ sen\alpha)mg$ (3)

Sostituendo in (1) si trova il valore cercato della massa *m*:

$\eta M_m \omega_m = (fcos\alpha + \ sen\alpha)mg\tau\omega_m R$ (4)

$\boxed{m = \frac{\eta M_m}{(fcos\alpha + \ sen\alpha)g\tau R} = 288\ kg}$ (5)

dove la coppia motrice nominale è semplicemente:

$M_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{5000\ W}{1400\frac{2\pi}{60}rad/s} = 146{,}6\ Nm$ (6)

b) Spunto iniziale

Indicando con l'apice le grandezze del transitorio iniziale, il bilancio di potenze del sistema in questo caso si scrive:

$P'_m - P'_r - P'_p = \frac{dT}{dt}$ (7)

Il testo dell'esercizio non assegna separatamente l'inerzia del rotore (a monte della trasmissione) da quella del tamburo (a valle della trasmissione) pertanto in via approssimata si farà conto che la loro inerzia ridotta complessiva J_m sia tutta dovuta al rotore del motore.

In questo caso, ricordando la (6.73), il bilancio di potenze si scrive:

$\eta\left(M'_m\omega'_m - \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_m\omega'^2_m\right)\right) = m'g\ sen\alpha v' + fm'gcos\alpha\ v' + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m'v'^2\right)$ (8)

Ricordando che M'_m=$3M_m$ e la (2), si ottiene:

$3\eta M_m\omega'_m - \eta J_m\omega'_m\dot{\omega}'_m = (sen\alpha + fcos\alpha)m'g\tau\omega'_m R\ + m'\tau\omega'_m R\tau\dot{\omega}'_m R$

$3\eta M_m - \eta J_m\dot{\omega}'_m = (sen\alpha + fcos\alpha)m'g\tau R\ + m'\tau R\tau\dot{\omega}'_m R$

$\boxed{\dot{\omega}'_m = \frac{3\eta M_m - (sen\alpha + fcos\alpha)m\prime g\tau R}{\eta J_m + \tau^2 R^2\ m\prime} = 157\ rad/s^2}$ (9)

a cui corrisponde un'accelerazione del carico:

$\boxed{\dot{v}' = \tau\dot{\omega}'_m R = 3{,}14\ m/s^2}$ (10)

La tensione della fune si ottiene dall'equilibrio della massa:

$\boxed{F' = (fcos\alpha + \ sen\alpha)m'g + m'\dot{v}' = 723\ N}$ (11)