Meccanica applicata alle macchine

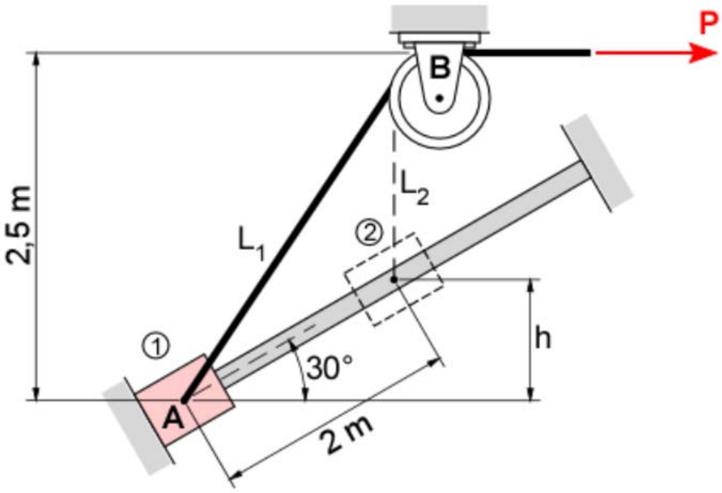
Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano
Ed.: De Agostini

Esercizio 6.04

Il collare di massa *m=1,8 kg* mostrato in figura scorre su un'asta che giace nel piano verticale; il collare è trainato da una fune che è fissata in **A**, si avvolge sulla puleggia **B** ed è sottoposta alla forza orizzontale costante **P**. Trascurando ogni forma di dissipazione e sapendo che il collare viene rilasciato da riposo nella posizione 1, determinare:

- la velocità del collare quando raggiunge la posizione 2 se *P=20 N*;
- il minimo valore *P'* del tiro fune per cui il collare raggiunge la posizione 2;

Inoltre, in caso di presenza di attrito statico di coefficiente $f_s=0,7$ *e* dinamico di coefficiente $f_d=0,4$, determinare il minimo valore *P"* del tiro fune per cui il collare, quando si trova in 1, vince le forze di attrito e la relativa accelerazione *a"* di primo distacco.



Svolgimento

1. **la velocità del collare quando raggiunge la posizione 2 se *P=20 N***

Il problema si risolve agevolmente utilizzando il teorema dell'energia cinetica:

$$P(L_1 - L_2) - mgh = \frac{1}{2}mv^2 \tag{1}$$

Le lunghezze L_1 ed L_2 si trovano facilmente:

$$\begin{cases} L_2 = 2{,}5 - 2\text{sen}30° = 1{,}5m \\ L_1 = \sqrt{(2\cos 30°)^2 + 2{,}5^2} = 3{,}0\ m \end{cases} \tag{2}$$

Infine la velocità del collare in 2 vale:

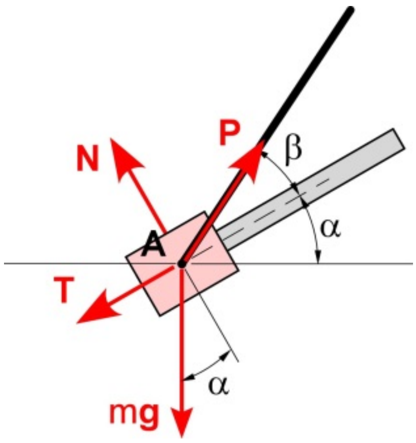
$$v = \sqrt{2\frac{P}{m}(L_1 - L_2) - 2gh} = 3{,}8\ m/s \tag{3}$$

2. **il minimo valore *P'* del tiro fune per cui il collare raggiunge la posizione 2;**

In questo caso quando il collare raggiunge la posizione 2 la sua velocità è nulla:

$$P'(L_1 - L_2) - mgh = 0 \rightarrow P' = \frac{mgh}{L_1 - L_2} = 11{,}5\ N \tag{4}$$

3. **il minimo valore *P"* del tiro fune per cui il collare, quando si trova in 1, vince le forze di attrito e la relativa accelerazione *a"* di primo distacco**



Si ricerca dapprima il valore limite della forza motrice **P"** che vince le forze di attrito statico. Dal diagramma di corpo libero del pattino, le equazioni di equilibrio si scrivono:

$$\begin{cases} N + P''\text{sen}\beta - mg\cos\alpha = 0 \\ P''\cos\beta - mg\text{sen}\alpha - T' = 0 \end{cases} \tag{5}$$

a cui va unita la condizione limite di strisciamento:

$$T' = f_s N \tag{6}$$

Si trova:

$$P'' = \frac{\operatorname{sen}\alpha + f_s \cos\alpha}{\cos\beta + f_s \operatorname{sen}\beta} mg \tag{7}$$

L'angolo α vale *α=30°* mentre β si ricava facilmente:

$$\beta = \operatorname{atan}\left(\frac{2{,}5}{2\cos 30°} \right) - 30° = 25° \tag{8}$$

pertanto dalla (7) si trova: *P"=16 N*.
Una volta innescato il moto, l'attrito diminuisce al livello dinamico:

$$T'' = f_d N \tag{9}$$

ed il moto del pattino risulta accelerato; le equazioni di equilibrio si scrivono:

$$\begin{cases} N + P''\operatorname{sen}\beta - mg\cos\alpha = 0 \\ P''\cos\beta - mg\operatorname{sen}\alpha - T'' = m\ddot{x} \end{cases} \tag{10}$$

Questa volta in (10) la forza *P"* è nota (pari al valore precedentemente trovato) mentre la soluzione di (10), unitamente alla (9), consente di trovare:

$$\ddot{x} = \frac{\left(\cos\beta + f_d \operatorname{sen}\beta\right)}{m} P'' - \left(f_d \cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha\right) g = 1{,}4 \ \ m/s^2 \tag{11}$$