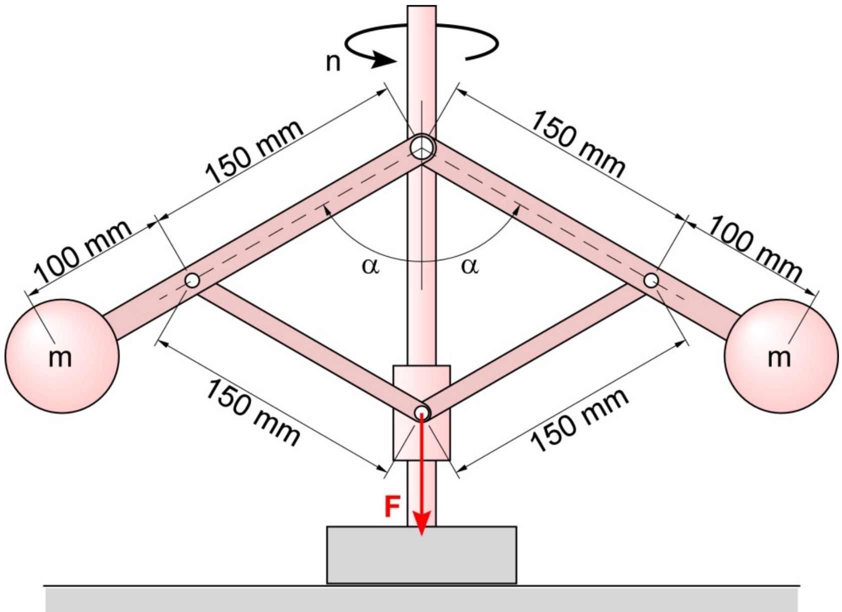
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

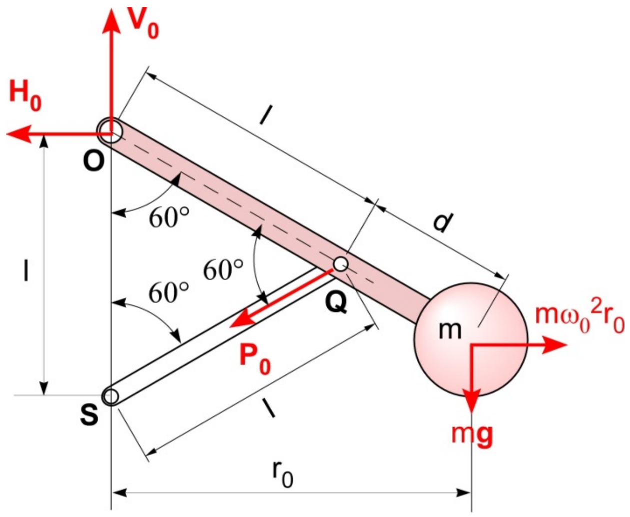
Ed.: De Agostini

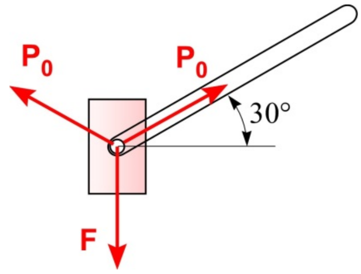
Esercizio 6.21

Il tachimetro centrifugo mostrato in figura (regolatore di Watt) è composto da 2 sfere di massa *m=0,25 kg* e da un sistema articolato di supporto, di massa trascurabile. La posizione delle masse può essere variata agendo sull'intensità della forza **F** che agisce sul collare. L'intero sistema è inizialmente in rotazione intorno all'asse *z* alla velocità di *500 rpm* con i bracci di supporto inclinati di α=60°. Ipotizzando che l'intensità della forza **F** resti costante e che gli attriti siano trascurabili, determinare la nuova velocità angolare del sistema quando l'angolo α vale 30°.



Svolgimento





Si tracci il diagramma di corpo libero del sistema nella configurazione iniziale.

Utilizzando l'approccio alla D'Alembert, le equazioni di equilibrio dinamico del braccio di supporto **OQ** si scrivono:

$$\begin{cases} -H_0 - P_0\cos 30° + m\omega_0^2 r_0 = 0 \\ V_0 - P_0 \mathrm{sen}30° - mg = 0 \\ -V_0 l\cos 30° + H_0 l \mathrm{sen}30° - mgd\cos 30° + m\omega_0^2 r_0 d\mathrm{sen}30° = 0 \end{cases} \tag{1}$$

dove:

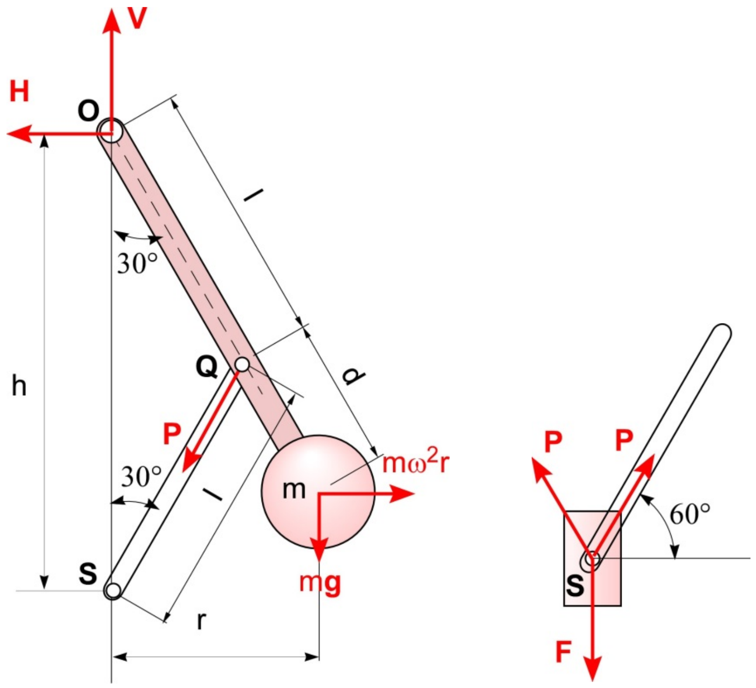
$$r_0 = (l+d)\mathrm{sen}60° = 0{,}22m \tag{2}$$

Il sistema (1) può essere risolto per trovare il valore delle 3 incognite: H_0, V_0, P_0.

$$\begin{cases} H_0 = -P_0\cos 30° + m\omega_0^2 r_0 = 28{,}3\ \ N \\ \\ V_0 = P_0\mathrm{sen}30° + mg = 71{,}8\ \ N \\ \\ P_0 = \dfrac{l+d}{l} m\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\omega_0^2 r_0 - g\right) = 138{,}7\ \ N \end{cases} \tag{3}$$

Dall'equilibrio del collare si trova il valore della forza *F*:

$$F = 2P_0\mathrm{sen}30° = P_0 = 138{,}7\ \ N \tag{4}$$



Quando l'angolo α vale *30°*, lo sforzo assiale *P* nei braccetti di sostegno assume il valore:

$$F = 2P\mathrm{sen}60° \rightarrow P = \frac{\sqrt{3}}{3}F = 80{,}1\ \ N \tag{5}$$

Scrivendo l'equilibrio alla rotazione del braccio **OQ** intorno alla cerniera **O**, si ottiene il valore della nuova velocità angolare ω:

$$-P\cos 30° l \,\mathrm{sen}30° - P\,\mathrm{sen}30° l\cos 30° - mg(l+d)\mathrm{sen}30° + m\omega^2 r(l+d)cos30° = 0 \qquad (6)$$

dove:

$$r = (l+d)\mathrm{sen}30° = 0{,}13\,m \qquad (7)$$

Dalla (6) si ricava:

$$P = \frac{l+d}{l} m\left(\omega^2 r - \frac{\sqrt{3}}{3} g\right) \qquad (8)$$

e quindi:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{r}\left(\frac{l}{l+d}\frac{P}{m} + \frac{\sqrt{3}}{3} g\right)} = 39{,}8\,rad/s \qquad (9)$$

$$n = \frac{60}{2\pi}\omega = 380\,\mathrm{giri/min} \qquad (10)$$