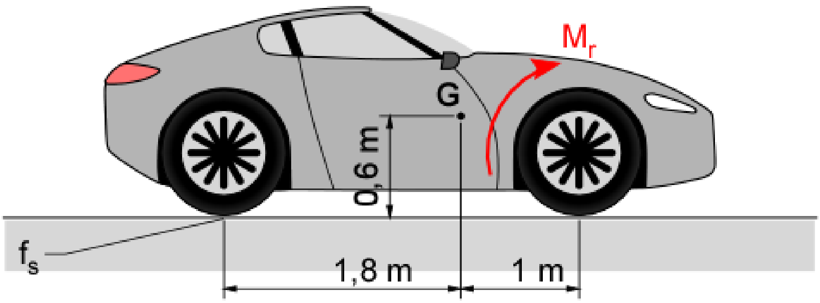
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

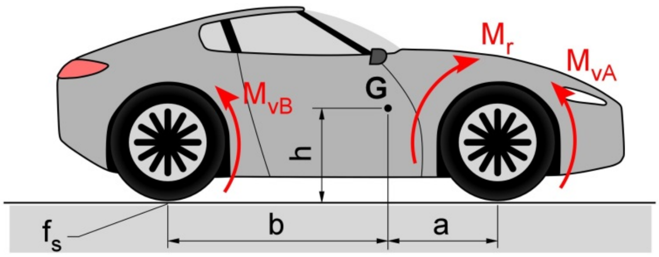
Ed.: De Agostini

Esercizio 6.18

Un'auto a trazione anteriore parte da ferma su una strada orizzontale: calcolare la massima accelerazione allo spunto. Sono noti: M_r*=1 200 Nm* coppia motrice alle ruote, *m=1 100 kg* massa complessiva, f_s*=0,6* coefficiente di aderenza tra ruote e suolo, f_v*=0,025* coefficiente di attrito volvente; le ruote hanno raggio *r=400 mm*, massa m_r*=15 kg* e momento d'inerzia J_r*= 1,5 kg m*^{2}. Si trascurino le inerzie degli organi rotanti.



Svolgimento



Si applichi il teorema dell'energia cinetica; nel problema in esame, le uniche azioni che compiono lavoro sono la coppia motrice e le resistenze al rotolamento; indicando con M_{vA} e M_{vB} le coppie di attrito volvente agenti sull'asse anteriore e su quello posteriore rispettivamente, si ottiene:

$$M_r\dot{\vartheta} - f_v r N_A \dot{\vartheta} - f_v r N_B \dot{\vartheta} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}(m-4m_r)\dot{x}^2 + 4\frac{1}{2}m_r\dot{x}^2 + 4\frac{1}{2}J_r\dot{\vartheta}^2\right] \qquad (1)$$

$$M_r\dot{\vartheta} - f_v r(N_A + N_B)\dot{\vartheta} = m\dot{x}\ddot{x} + 4J_r\dot{\vartheta}\ddot{\vartheta} \qquad (2)$$

Tenendo conto che:

$$N_A + N_B = mg \qquad (3)$$

$$x = r\vartheta \rightarrow \ddot{x} = r\ddot{\vartheta} \tag{4}$$

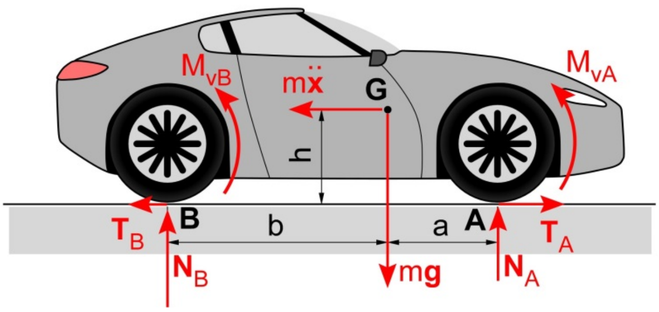
la (2) diventa:

$$M_r\dot{\vartheta} = f_v rmg\dot{\vartheta} + mr^2\dot{\vartheta}\ddot{\vartheta} + 4J_r\dot{\vartheta}\ddot{\vartheta} \tag{5}$$

$$\ddot{\vartheta} = \frac{M_r - f_v rmg}{mr^2 + 4J_r} \tag{6}$$

a cui corrisponde un'accelerazione dell'auto di:

$$\ddot{x} = r\ddot{\vartheta} = 2{,}4\ \mathrm{m/s^2} \tag{7}$$



Occorre ancora verificare l'aderenza delle ruote anteriori con la strada: una modellazione dettagliata comporterebbe la scomposizione di telaio e ruote e l'applicazione ad ogni corpo delle equazioni di equilibrio, pervenendo ad un sistema lineare di molte equazioni.

Pertanto si utilizza dapprima un modello semplificato:

- Si trascura la forza di attrito sull'asse posteriore
- Si trascura la variazione del momento angolare delle ruote

Le resistenze al rotolamento possono essere valutate complessivamente come segue:

$$M_{vA} + M_{vB} = f_v rN_A + f_v rN_B = f_v r(N_A + N_B) = f_v rmg = 108\ Nm \tag{8}$$

Allora la forza di trazione vale:

$$T_A = m\ddot{x} = 2\,640 N \tag{9}$$

Utilizzando l'approccio alla D'Alembert, l'equilibrio alla rotazione dell'intera auto rispetto al punto **B** si scrive:

$$N_A(a+b) - mgb + m\ddot{x}h + f_v rmg = 0 \tag{10}$$

$$N_A = m\frac{gb - f_v rg - \ddot{x}h}{a+b} = 6\,333 N \tag{11}$$

L'aderenza utilizzata vale pertanto:

$$\frac{T_A}{N_A} = 0{,}42 < f_s = 0{,}6 \tag{12}$$

Poiché l'autovettura è abbastanza lontana dalle condizioni di strisciamento, l'analisi non viene complicata ulteriormente ed il risultato (7) viene considerato attendibile.

L'impostazione di un modello completo (a 3 corpi: scocca + 2 ruote) avrebbe richiesto la risoluzione di un sistema di 10 equazioni in 10 incognite con risultati poco diversi da quelli appena ottenuti: N_A=6 234 N, T_A=2 892 N, N_B=4 557 N, T_B=66 N, T_A/N_A=0,46.