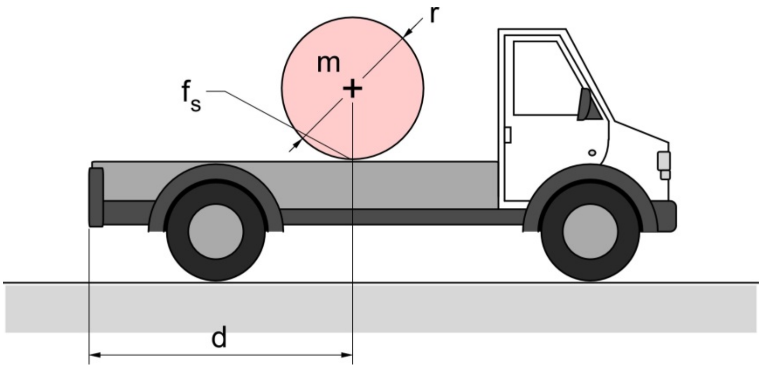
Meccanica applicata alle macchine

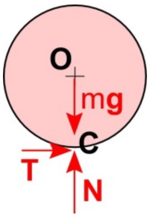
Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano
Ed.: De Agostini

Esercizio 6.16

Un rullo cilindrico omogeneo è caricato sul pianale dell'autocarro mostrato in figura, inizialmente a riposo; l'autocarro parte poi con accelerazione costante *a*: calcolare la distanza da questo percorsa quando il cilindro rotola fuori dal pianale (ipotizzare aderenza tra rullo e pianale).



Svolgimento



Imponendo gli equilibri alla traslazione orizzontale e alla rotazione si ottiene:

$$\begin{cases} T = m\ddot{x}_O \\ Tr = J_O\ddot{\vartheta} \end{cases} \rightarrow m\ddot{x}_O r = J_O\ddot{\vartheta} \tag{1}$$

Poiché è assegnata l'accelerazione orizzontale *a* del punto **C**, è opportuno correlarla all'accelerazione del baricentro del baricentro ed all'accelerazione angolare che compaiono in (1); si può scrivere:

$$\mathbf{a}_O = \mathbf{a}_C + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times (\mathbf{O} - \mathbf{C}) - \omega^2 (\mathbf{O} - \mathbf{C}) \tag{2}$$

e considerando solo la componente orizzontale si ha:

$$\ddot{x}_O = a - \ddot{\vartheta} r \tag{3}$$

Sostituendo la (3) in (1) e tenendo conto che il momento di inerzia di un rullo omogeneo vale $J = \frac{mr^2}{2}$, si trova:

$$\ddot{\vartheta} = \frac{2a}{3r} \tag{4}$$

Integrando a partire da velocità e posizione angolari nulle si ottiene:

$$\vartheta(t) = \frac{a}{3r} t^2 \tag{5}$$

La distanza $l_{rel}(t)$ percorsa dal rullo rispetto al pianale ha l'espressione:

$$l_{rel}(t) = r\vartheta(t) = \frac{1}{3} a t^2 \tag{6}$$

pertanto il tempo che impiega il rullo a cadere dall'autocarro vale:

$$t = \sqrt{\frac{3d}{a}} \tag{7}$$

Nel frattempo l'autocarro, che si muove di moto uniformemente accelerato, percorre lo spazio:

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{3}{2} d \tag{8}$$

Per verificare l'aderenza del rullo basta controllare che valga:

$$\frac{T}{N} \le f_s \tag{9}$$

$$\frac{m\ddot{x}_O}{mg} \le f_s \rightarrow \frac{a}{3g} \le f_s \tag{10}$$